

ΓΡΑΠΤΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΑΣΕΠ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΑΣΕΠ

Σύνταξη: Νικόλαος Κολλίντζας

1. Αν $x \geq 0$ τότε σωστές είναι η ακόλουθες προτάσεις:

α) $(1+x)^{2009} \geq 1+2009x$ και $\int_e^\pi (1+x)^{2009} \geq (\pi-e) \left[1 - \frac{2009(\pi+e)}{2} \right]$

β) $(1+x)^{2009} \geq 1+2009x$ και $\int_e^\pi (1+x)^{2009} \geq (\pi-e) \left[1 + \frac{2009(\pi-e)}{2} \right]$

γ) $(1+x)^{1995} \geq 1+1995x$ και $\int_e^\pi (1+x)^{1995} \geq (\pi-e) \left[1 + \frac{1995(\pi+e)}{2} \right]$

δ) $(1+x)^{1995} \geq 1+1995x$ και $\int_e^\pi (1+x)^{1995} \geq (\pi-e) \left[1 - \frac{1995(\pi+e)}{2} \right]$

2. Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^2e^x - 2xe^x + 3e^x - \frac{\sqrt{e}}{3}x^3 - \sqrt{e}x$ τότε η εξίσωση $f(x) = e$

α) Έχει δύο λύσεις στο \mathbb{R} .

β) Έχει άπειρες λύσεις στο \mathbb{R} .

γ) Έχει μία τουλάχιστον λύση στο \mathbb{R} .

δ) Είναι αδύνατη στο R.

3. Έστω η εξίσωση $z^2 - [\lambda + (\lambda + 1)i] \cdot z - \lambda + \lambda^2 \cdot i = 0$ και $A(Z_1), B(Z_2)$ οι εικόνες των ριζών της και O η αρχή των αξόνων τότε το τρίγωνο OAB είναι ισόπλευρο όταν:

α) $\lambda=1$

β) $\lambda \in \mathbb{R}$

γ) Δεν υπάρχει τέτοιο λ

δ) $\lambda=2$

4. Η ανίσωση $\pi^{\eta\mu x} - \pi^{\sigma\upsilon\nu x} + (\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x) \left(1 + \frac{\eta\mu 2x}{2}\right) > 0$ είναι ισοδύναμη με την

α) $\eta\mu\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) < 0$

β) $\eta\mu\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) > 0$

γ) $\eta\mu\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) < 0$

δ) $\eta\mu\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) > 0$

5. Το ολοκλήρωμα $\int_1^2 \frac{\lim_{t \rightarrow x} \left(\frac{t}{x}\right)^{\frac{1}{t-x}}}{x^3} dx$ ισούται:

α) Με $1 - \frac{\sqrt{e}}{2}$

β) Με $\frac{\sqrt{e}}{2} + 1$

γ) Με $\frac{\sqrt{e}}{2}$

δ) Με $\frac{\sqrt{e}}{2} - 1$

6. Έστω $f : [-\alpha, \alpha] \rightarrow \mathbb{R}$ περιττή και συνεχής τότε η συνάρτηση $h(x) = \int_{\beta}^x f(t)dt$ $\beta \in D_f$ είναι:

- α) περιττή.
- β) άρτια.
- γ) δεν μπορώ να αποφανθώ.
- δ) τίποτα από τα ανωτέρω.

7. Έστω $f(x) = \frac{1}{x}$ και σημείο A το οποίο κινείται πάνω στη γραφική παράσταση της f και βρίσκεται στο πρώτο τεταρτημόριο. Η τετμημένη του A ώστε το άθροισμα των συντεταγμένων του σημείου αυτού να είναι ελάχιστο είναι:

- α) $x_0 = 2$
- β) $x_0 = 3$
- γ) $x_0 = \frac{1}{2}$
- δ) $x_0 = 1$

8. Η ευθεία $\psi = \lambda x + \kappa$ και η έλλειψη $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$ δεν έχουν κοινά σημεία όταν:

- α) $\beta^2 + \alpha^2 \lambda^2 > \kappa^2$
- β) $\beta^2 + \alpha^2 \lambda^2 > \beta^2$
- γ) $\beta^2 + \alpha^2 \lambda^2 < \kappa^2$
- δ) $\beta^2 - \alpha^2 \lambda^2 < \kappa^2$

9. Το κέντρο και η ακτίνα της σφαίρας $2x^2 + 2\psi^2 + 2z^2 - 4x + 6\psi + z - 1 = 0$ είναι:

- α) $K\left(1, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ και $\rho = 1$

β) $K\left(-1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ και $\rho = 2$

γ) $K\left(1, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ και $\rho = 2$

δ) $K\left(1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ και $\rho = 2$

10. Δίνεται η εξίσωση $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + \alpha = 0$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένη;

α) για $\alpha=13$ η εξίσωση έχει μία ρίζα στο \mathbb{R} πολλαπλότητας δύο.

β) για $\alpha>13$ η εξίσωση είναι αδύνατη στο \mathbb{R} .

γ) για $\alpha=11$ η εξίσωση έχει δύο ρίζες στο \mathbb{R} .

δ) για $\alpha=15$ η εξίσωση έχει 4 ρίζες στο \mathbb{R} .

11. Να διαλέξετε τη σωστή πρόταση

α) Αν $AB\Gamma\Delta$ ρόμβος τότε, $E_{AB\Gamma\Delta} > \frac{1}{2} A\Gamma \cdot B\Delta$

β) Αν $AB\Gamma\Delta$ κυρτό τετράπλευρο τότε, $E_{AB\Gamma\Delta} \leq \frac{1}{2} A\Gamma \cdot B\Delta$

γ) Αν $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο τότε, $E_{AB\Gamma\Delta} = A\Delta \cdot B\Gamma$

δ) Αν $AB\Gamma\Delta$ τετράγωνο τότε, $E_{AB\Gamma\Delta} = A\Delta \cdot AB \cdot \eta \mu 90^0$

12. Η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει η παράσταση: $\frac{(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)^2}{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2}$ είναι:

α) 3

β) 27

γ) 2

δ) 1

13. Έστω $f(x) = \begin{cases} x^2 \eta \mu \frac{1}{x} \cdot x \neq 0 \\ 0, x = 0 \end{cases}$ τότε ισχύει:

α) Δεν υπάρχει το $f'(0)$

β) $f'(0) = 0$

γ) $f'(0) = 1$

δ) $f'(0) = -1$

14. Έστω $f(x) = \max\{3x^2 - 8x + 5, 2x^2 - 3x - 1\}$ τότε ισχύει:

α) $f'(2) = 2, f'(3) = 1, f'(0) = -8$

β) δεν υπάρχουν τα $f'(2), f'(3)$, και $f'(0) = -8$

γ) $f'(2) = 1, f'(3) = 3, f'(0) = 0$

δ) $f'(2) \neq f'(3) \neq f'(0)$

15. Έχουμε την ομάδα Α και την ομάδα Β 10 ατόμων η κάθε μία και θέλουμε να διαλέξουμε 5 άτομα που θα αποτελέσουν την επίλεκτη ομάδα. Η πιθανότητα η επίλεκτη ομάδα να περιλαμβάνει το πολύ ένα άτομο από την ομάδα Α είναι:

α) $50/225$

β) $49/325$

γ) $48/323$

δ) $49/323$

16. Το κέντρο και η ακτίνα της σφαίρας $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 6y + z - 1 = 0$ είναι:

α) $K\left(1, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ και $\rho = 1$

β) $K\left(-1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ και $\rho = 2$

γ) $K\left(1, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ και $\rho = 2$

δ) $K\left(1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ και $\rho = 2$

17. Δίνεται η εξίσωση $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + \alpha = 0$, $\alpha \in \mathfrak{R}$. Ποιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένη;

α) Για $\alpha=13$ η εξίσωση έχει μία ρίζα στο \mathbb{R} πολλαπλότητας δύο.

β) Για $\alpha>13$ η εξίσωση είναι αδύνατη στο \mathbb{R} .

γ) Για $\alpha=11$ η εξίσωση έχει δύο ρίζες στο \mathbb{R} .

δ) Για $\alpha=15$ η εξίσωση έχει 4 ρίζες στο \mathbb{R} .

18. Να διαλέξετε τη σωστή πρόταση:

α) Αν $AB\Gamma\Delta$ ρόμβος τότε $E_{AB\Gamma\Delta} > \frac{1}{2}A\Gamma \cdot B\Delta$

β) Αν $AB\Gamma\Delta$ κυρτό τετράπλευρο τότε $E_{AB\Gamma\Delta} \leq \frac{1}{2}A\Gamma \cdot B\Delta$

γ) Αν $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμο τότε $E_{AB\Gamma\Delta} = A\Delta \cdot B\Gamma$

δ) Αν $AB\Gamma\Delta$ τετράγωνο τότε $E_{AB\Gamma\Delta} = A\Delta \cdot AB \cdot \eta \mu 90^0$

19. Η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει η παράσταση $\frac{(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)^2}{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2}$ είναι:

α) 3

β) 27

γ) 2

δ) 1

20. Έχουμε την ομάδα A και την ομάδα B, 10 ατόμων η κάθε μία και θέλουμε να διαλέξουμε 5 άτομα που θα αποτελέσουν την επίλεκτη ομάδα. Η πιθανότητα η επίλεκτη ομάδα να περιλαμβάνει το πολύ ένα άτομο από την ομάδα A είναι:

α) $\frac{50}{225}$

β) $\frac{49}{325}$

γ) $\frac{48}{323}$

δ) $\frac{49}{323}$

Απαντήσεις:

1→γ, 2→δ, 3→γ, 4→δ, 5→γ, 6→β, 7→δ, 8→γ, 9→γ, 10→δ, 11→β, 12→α, 13→β, 14→β, 15→δ, 16γ, 17δ, 18β, 19α, 20δ